

CÁLCULO

Boletín 0. Nociones básicas

Ejercicios básicos

1. Calcula o simplifica cuando sea posible

$$\begin{array}{lllll} a) \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} & b) \frac{5 + \frac{8}{3}}{\frac{7}{5} + 1} - 2 & c) \frac{5^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{5}} & d) 3^{\frac{3}{2}}\sqrt{3} & e) 3^{\frac{3}{2}}3^{\frac{1}{2}} \\ f) \ln(e) & g) \ln(e^2) & h) \ln(0) & i) \ln(-1) & \\ j) e^0 & k) e^{-1} & l) e^{\ln(1)} & m) e^{\ln(e)} & \\ n) 3^{\frac{3}{2}} + 3^{\frac{1}{2}} & \tilde{n}) \frac{\ln(5x)}{\ln(\frac{5}{x})} & o) \frac{\ln(5+x)}{\ln(5-x)} & p) \ln(e^2)e^{\ln(5+x)-\ln(5x)} & \\ q) \ln\sqrt{2^3} & r) \ln\left(\frac{x^2-1}{x^3}\right)^3. & & & \end{array}$$

2. Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll} (a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) & (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) & (c) \lim_{x \rightarrow e} \ln(x) & (d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x) \\ (e) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x & (f) \lim_{x \rightarrow 0} e^x & (g) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x & (h) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x} \\ (i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} & (j) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} & (k) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x} & (l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \\ (m) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} & (n) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 & (o) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 & (p) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 5x^2 + 8). \end{array}$$

3. Racionaliza

$$\begin{array}{lll} a) \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}} & b) \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}} & c) \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+3}}. \end{array}$$

4. ¿Cuáles de las siguientes funciones son polinomios?

$$\begin{array}{ll} a) f_1(x) = x^{\frac{2}{3}} + 6x^{-3} & b) f_2(x) = x^{\frac{2}{3}} - 6x^3 \\ c) f_3(x) = \frac{x^4 + 6x^3}{x^2 + 6x - 7} & d) f_4(x) = x^4 + 6x^3 \end{array}$$

5. Calcula la inversa de las siguientes funciones.

$$\begin{array}{lll} a) f_1(x) = x^3 & b) f_2(x) = \tan(x) & c) f_3(x) = e^x \end{array}$$

6. El siguiente conjunto de puntos $A = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 < 7\}$, es:

- a) $A = (4, +\infty)$ b) $A = (-\infty, 4)$
 c) $A = (0, 4)$ d) $A = (-\infty, 12)$

7. Calcula los siguientes conjuntos de puntos:

- (a) $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 > 6\}$
 (b) $C = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 5 < 7, x^2 - 3x + 2 > 6\}$

8. ¿Cuál es la relación entre los ángulos 45° y π radianes? ¿Cuánto vale en radianes 30° ?

Los ángulos se darán **SIEMPRE** en (márquese la que proceda).

9. Completa la siguiente tabla con los valores correspondientes

| Ángulo | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|------------------|--------|
| Seno | | | | | | | | |
| Coseno | | | | | | | | |
| Tangente | | | | | | | | |
| Cotangente | | | | | | | | |
| Secante | | | | | | | | |
| Cosecante | | | | | | | | |

10. Simplifica las siguientes expresiones utilizando relaciones trigonométricas:

a) $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right)}$ b) $\sin\left(2\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$

11. ¿Es cierto que $\frac{1}{\tan(x)} = \arctan(x)$? ¿Por qué?

12. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \arctan(x)$? ¿Y su imagen? ¿Cuáles son los ángulos cuya tangente vale 1? Sin embargo, ¿es correcto decir que $\arctan(1) = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$? ¿Por qué?

13. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f_1(x) = \sin(\pi x)$ b) $f_2(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos(\pi x)}$ c) $f_3(x) = \frac{x \tan(x)}{x^3 + 1}$
 d) $f_4(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sin(x) \ln(x)}$ e) $f_5(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{\tan(x)}\right)$ f) $f_6(x) = \frac{e^x \ln(x-1)}{\tan\left(\frac{e^x}{x^2-1}\right)}$

14. ¿Cuáles de los siguientes dibujos podrían representar el gráfico de una función? ¿Por qué?

15. Dibuja la gráfica de la función f , dada por $f(x) = \tan x$. ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su imagen? ¿Cuánto vale $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan x$?

Dibuja la gráfica de la función g , dada por $g(x) = \ln x$. ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su imagen? ¿Cuánto vale $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$?

