CÁLCULO **TIPO A** **Facultad de Informática**
30 de noviembre de 2006

Apellidos y Nombre: ______________________________

DNI: ______________________________

Titulación: ______________________________

NOTAS:

- **Blanco = 0 puntos; Bien = 0.5 puntos; Mal = -0.5/3** puntos.
- Sólo un apartado es correcto.
- No se permite el uso de calculadora, teléfono móvil ni de ningún otro dispositivo electrónico.
- El alumno debe cubrir, **cuando esté seguro de la opción elegida**, la casilla correspondiente en la fila **Respuesta** con la opción que considere correcta.
- Sólo se corregirán las respuestas marcadas en la siguiente tabla.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
Respuesta																					
Correcta																					

1. La función f dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & x \le 0 \\ e^x+3 & 0 < x \le 1 \\ 7-x & x > 1 \end{cases}$$

   a) no tiene extremos relativos

   b) 0 es un mínimo relativo y no hay máximos relativos

   c) 0 es un mínimo relativo y 1 máximo relativo

   d) 1 es un máximo relativo y no hay mínimos relativos

2. Al calcular **todas** las asíntotas de $f(x) = \begin{cases} |x| + \ln|x| & x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} & x > 0 \end{cases}$ resulta

   a) $y = 1$ asíntota horizontal por la derecha
   b) $y = 1$ asíntota horizontal por la derecha y $x = 0$ asíntota vertical por la izquierda
   c) $y = 1$ asíntota horizontal por ambos lados
   d) $y = 0$ asíntota horizontal por la derecha y $x = 0$ asíntota vertical por la izquierda

3. Una primitiva de $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x}{1+e^{2x}} & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{1-4x^2}} & x \geq 0 \end{cases}$ es

a) $F(x) = \begin{cases} 0.5\ln(1+e^{2x}) & x < 0 \\ 0.5\text{arcsen}\,(2x) & x \geq 0 \end{cases}$

b) $F(x) = \begin{cases} \arctan(e^x) & x < 0 \\ \text{arcsen}\,(x) & x \geq 0 \end{cases}$

c) $F(x) = \begin{cases} \ln(1+e^{2x}) & x < 0 \\ -0.5\text{arcsen}\,(2x) & x \geq 0 \end{cases}$

d) ninguna de las anteriores

4. Sea $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$, entonces

a) dominio de $f = [2,\infty)$

b) f es integrable en $[0,1]$

c) existe $c \in (1,2)$ / $f'(c) = 0$

d) f es continua en $[0.5, 1.5]$

5. Si $p(x) = 1+3(x+4)-2(x+4)^2$ es el polinomio de Taylor de orden 2 de f en el punto $x_0 = -4$, entonces f, en un entorno de x_0, es:

a) creciente y cóncava

b) creciente y convexa

c) decreciente y cóncava

d) ninguna de las anteriores

6. Sean $f(x) = \ln x,\ x \in [1, e^2]$ y la partición $P = \{1, e, e^2\}$. Entonces $L(f,P)$ es igual a

a) $2e^2 - e - 1$

b) $e^2 - e$

c) $2(e^2 - e)$

d) ninguna de las anteriores

7. Dada $g(x) = \displaystyle\int_{\sqrt{x}}^{x^3} e^{x^2} dx$,

a) $g'(x) = e^{x^6} 3x^2$

b) $g'(x) = e^{x^3} 3x^2 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$

c) $g'(x) = e^{x^6} - e^x$

d) ninguna de las anteriores

8. Para calcular $\displaystyle\int \frac{z^2+1}{(z^2+3)\,(z-5)^2}\, dz$, descomponemos el integrando en fracciones simples

a) $\dfrac{A}{z-\sqrt{3}} + \dfrac{B}{z+\sqrt{3}} + \dfrac{C}{z-5} + \dfrac{D}{(z-5)^2}$

b) $\dfrac{Az+B}{z^2+3} + \dfrac{Cz+D}{(z-5)^2}$

c) $\dfrac{Az+B}{z^2+3} + \dfrac{C}{z-5} + \dfrac{D}{(z-5)^2}$

d) $\dfrac{A}{z-\sqrt{3}} + \dfrac{B}{z+\sqrt{3}} + \dfrac{C}{z-5} + \dfrac{Dz}{(z-5)^2}$

9. Consideramos $f(x) = \ln(x-3)$. El área limitada por el grafo de f, el eje de abscisas y las rectas $x = 3.5$ y $x = 5$, se obtiene calculando

a) $\displaystyle\int_{3.5}^{5} ln(x-3)\ dx$

b) $\displaystyle\lim_{t\to 3.5} \int_{t}^{5} ln(x-3)\ dx$

c) $\displaystyle\left| \int_{3.5}^{5} ln(x-3)\ dx \right|$

d) $\displaystyle -\int_{3.5}^{4} ln(x-3)\ dx + \int_{4}^{5} ln(x-3)\ dx$

10. El resultado de la operación con números complejos, $\left[\dfrac{3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\text{sen}\,\frac{\pi}{6}\right)}{3\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\text{sen}\,\frac{\pi}{12}\right)}\right]^2$, es

a) $4_{\frac{\pi}{6}}$ c) $\sqrt{2}_{\frac{\pi}{12}}$

b) $\sqrt{3}+i$ d) Ninguna de las anteriores

11. Consideramos las dos siguientes afirmaciones: (i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\tan x=\frac{\pi}{2}$, (ii) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\arctan x=\frac{\pi}{2}$.

a) Las dos afirmaciones son falsas c) las dos son ciertas

b) (i) es cierta y (ii) es falsa d) (i) es falsa y (ii) es cierta

12. El volumen que genera la función $f(x)=\sqrt{1+x^2}$ al girar alrededor del eje OX entre 0 y 2 es

a) $\dfrac{14}{3}\pi$ c) $\displaystyle\pi\int_0^2\sqrt{1+x^2}\,dx$

b) $\dfrac{14}{3}$ d) ninguna de las anteriores

13. Consideramos la función

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x} & x\leq 0\\ 1-\tan x & x>0\end{cases}$$

a) es continua y derivable en $x=0$ c) es de clase 2 en $\mathbb{R}$

b) es continua pero no derivable en $x=0$ d) ninguna de las anteriores

14. La base y la altura de un triángulo isósceles miden, respectivamente, 6 y 12 metros. El área máxima que puede tener un rectángulo inscrito dentro del triángulo con uno de sus lados sobre la base del mismo es

a) No existe ese máximo c) 3 y 6 metros, respectivamente

b) $\frac{3}{2}$ y 6 metros, respectivamente d) ninguna de las anteriores

15. Dos de los cambios que permiten pasar de las integrales $\displaystyle\int\frac{\sqrt{5-4t^2}}{t+1}\,dt$, $\displaystyle\int\frac{1+x}{\sqrt{5+4x^2}-1}\,dx$, a integrales trigonométricas son

a) $t=\frac{\sqrt{5}}{2}\text{sen}\,\theta$, $x=\frac{\sqrt{5}}{2}\tan\varphi$ c) $t=\frac{\sqrt{5}}{2}\text{sen}\,\theta$, $x=\frac{\sqrt{5}}{2}\text{sen}\,\varphi$

b) $5-4t^2=\theta^2$, $5+4x^2=\varphi^2$ d) $t=\frac{5}{2}\text{sen}\,\theta$, $x=\frac{5}{2}\text{sen}\,\varphi$

16. Queremos aproximar el valor de $\ln(1.1)$ utilizando un desarrollo de Taylor de orden 2 para la función $f(x)=\ln(1+x)$ centrado en $x_0=0$. El error que cometemos será

a) menor o igual que $\dfrac{2}{6000}$ c) menor o igual que $\dfrac{2}{(1.1)^3}\dfrac{1}{6000}$

b) igual a $\dfrac{2}{6000}$ d) ninguna de las anteriores

17. Sea $l = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{e^{cx} - 1}{x}$, donde $c \in \mathbb{R}$. Entonces

a) $l = +\infty$, para cualquier c

b) si $c \neq 0$, $l = +\infty$, y si $c = 0$, entonces $l = 0$

c) si $c < 0$, $l = 0$, y si $c \geq 0$, entonces $l = +\infty$

d) ninguna de las anteriores

18. Tras aplicar el adecuado cambio trigonométrico a la integral $\displaystyle\int \frac{\cos^2 x + 1}{\operatorname{sen} x - 1} dx$, obtenemos la integral racional

a) $\displaystyle -2 \int \frac{t^4 + 1}{t^2 - 2t + 1}\, dt$

b) $\displaystyle -4 \int \frac{t^4 + 1}{(t^2 - 2t + 1)\,(1 + t^2)^2}\, dt$

c) $\displaystyle -\int \frac{(t^2 + 1)\sqrt{1 - t^2}}{\sqrt{1 - t^2} - 1}\, dt$

d) ninguna de las anteriores

19. Dada la función $f(t) = \begin{cases} t & t \in [0,1) \\ t^2 + 1 & t \in [1,2] \end{cases}$, la función $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\, dt$ es

a) $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & x \in [0,1) \\ \dfrac{x^3}{3} + x - \dfrac{5}{6} & x \in [1,2] \end{cases}$

b) $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & x \in [0,1) \\ \dfrac{x^3}{3} + x & x \in [1,2] \end{cases}$

c) $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & x \in [0,1) \\ \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + x & x \in [1,2] \end{cases}$

d) ninguna de las anteriores

20. El resultado de $\displaystyle\int_0^1 \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ es

a) $+\infty$, ya que $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) = +\infty$

b) 2

c) es una integral impropia divergente

d) ninguna de las anteriores